4. Les avantages de l'intégration en petite économie ouverte

Le cadre est celui de la petite économie ouverte. On travaille en équilibre partiel : le taux d'intérêt mondial est exogène et s'impose à la petite économie ouverte.

Il y a deux grandes raisons pour lesquelles deux pays n'ont pas le même niveau de capital par tête et vont donc se prêter et emprunter du capital : Ils sont à l'état régulier avec des taux d'épargne différents, ils sont en dynamique transitoire et ne sont pas au même niveau de développement en terme de capital par tête.

4.1 Les avantages pour des pays n'ayant pas le même s.

4.1.1 Le modèle dit de "commerce intertemporel"

Obstfeld et Rogoff (1996) montrent les gains de l'intégration dans le cadre d'un modèle à deux périodes.

4.1.1.1 L'économie fermée

Au début de la période 1 l'agent représentatif est doté d'un capital par tête $\overline{k}_1$ qu'il utilise pour produire $\overline{q}_1 = f(\overline{k}_1)$. La fonction de production est néoclassique. Il consomme et épargne pour constituer un capital k_2 pour produire en seconde période, sa contrainte budgétaire de première période est :

$$c_1 + s_1 = f(\overline{k}_1) \qquad (1)$$

A la période 2, il produit $q_2 = f(k_2)$. Puisque l'économie finit à la fin de la période 2, il consomme toute la production : $c_2 = f(k_2)$ (2)

L'équilibre épargne/investissement s'écrit $s_1 = k_2 - (1-\delta)k_1$, mais pour simplifier, on suppose un taux de dépréciation égal à 100%, et donc $\delta = 1$ ce qui permet d'obtenir[1] :

$$s_1 = k_2 \qquad (3)$$

[1] On obtient le même résultat (équation (3) que dans le modèle à générations imbriquées mais par l'artifice de dépréciation totale sur la période. Dans le modèle à GI l'équation (3) résulte de l'hypothèse d'égoïsme qui implique que les jeunes doivent racheter le capital aux vieux.

La condition de maximation du profit à la période 2, qui s'écrit $f'(k_2) = r + \delta$ devient sous l'hypothèse simplificatrice ($\delta = 1$) : $f'(k_2) = 1 + r$. (4)
Les équations (1) et (2) peuvent être réécrites en utilisant (3) :

$q_1 = f(\bar{k}_1) = c_1 + k_2$

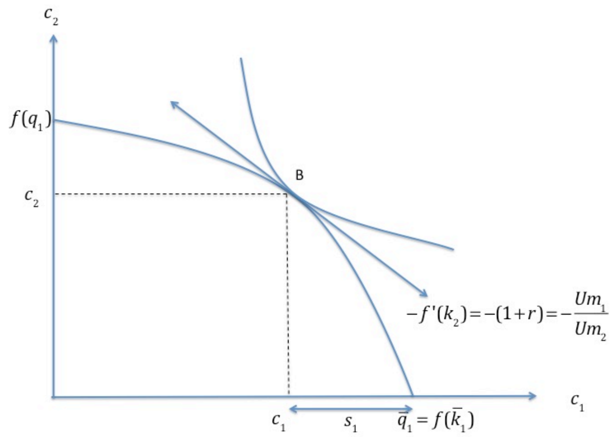
$q_2 = f(k_2) = c_2$

Ces deux équations permettent d'écrire l'équation de la Courbe des Possibilités de Consommation CPC :

$$c_2 = f(q_1 - c_1) \quad (5)$$

Sa pente est
$$\frac{\partial c_2}{\partial c_1} = \frac{\partial f(k_2)}{\partial k_2} \cdot \frac{\partial k_2}{\partial c_1} = -(1+r) \quad (6)$$

L'optimum pour le consommateur représentatif est le maximum d'utilité $U(c_1, c_2)$ sous la contrainte de la CPC. Il détermine c_1, c_2 ou de façon équivalente s_1. En introduisant la courbe d'indifférence on peut représenter l'équilibre concurrentiel et l'optimum d'économie fermée au point B.



Notons qu'en économie fermée, le taux d'intérêt est déterminé par des facteurs domestiques ; les préférences, la technologie et les dotations initiales. Il peut être différent du taux d'intérêt mondial. De même en économie fermée, l'épargne est toujours égale à l'investissement.

4.1.1.2 La petite économie ouverte

Il y a deux différences fondamentales avec l'économie fermée :

- Dans une petite économie ouverte (hypothèse d'équilibre partiel) les consommateurs et les producteurs peuvent prêter ou emprunter au taux d'intérêt mondial r*. Le taux d'intérêt devient exogène : $r = r^*$ (7)

La condition (2.4) devient : $f'(k_2^*) = 1 + r^*$ (8)

Où k_2 * est déterminé par r* exogène. Ce point est la différence importante entre économie fermée et ouverte. En économie fermée, r dépend des préférences et de la richesse domestique. En économie ouverte, le taux d'intérêt, le capital, et le salaire, deviennent indépendant des préférences et de la richesse domestique. r*, k*, w*, sont exogènes.

- Les agents ne sont pas contraints d'investir leur épargne de la période 1 sous la forme de capital domestique, ils peuvent détenir des actifs étrangers et donc l'épargne diffère de l'investissement par l'investissement international net. La NIIP peut être une créance $e_1 > 0$ ou

une dette $e_1 < 0$. Comme l'économie s'achève à la fin de la période 2, $e_2 = 0$. Enfin par construction $e_0 = 0$.
L'investissement par tête est $i_1 = k_2 * -(1-\delta)k_1$, posons $\delta = 1$ et on obtient : $i_1 = k_2 *$
L'épargne de la période 1 est : $s_1 = k_2 * + e_1$. Elle n'est plus égale à l'investissement.

- Les contraintes budgétaires de l'agent représentatif deviennent :

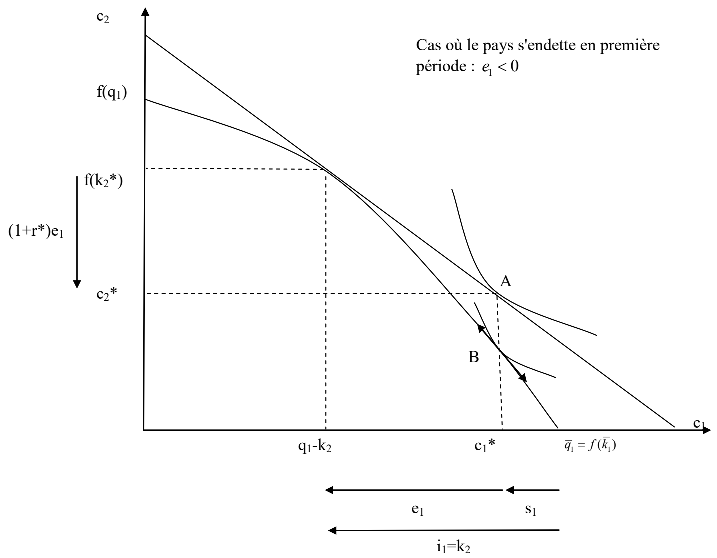
$$c_1 + k_2 * + e_1 = f(\bar{k}_1) = \bar{q}_1 \qquad (9)^2$$

$$c_2 = f(k_2*) + (1+r*)e_1 \qquad (10)$$

Ces deux équations permettent d'écrire l'équation de la contrainte de ressources :

$$c_2 = f(k_2*) + (1+r*)(q_1 - c_1 - k_2*) \qquad (11)$$

Notons la différence entre les équations (11) et (5). Cette contrainte de ressources en économie ouverte dit qu'en période 2 le consommateur peut consommer ce qu'il produit en période 2 **plus** (moins) le montant de la **créance** (dette) extérieure nette, $e_1 = q_1 - (c_1 + k_2)$, auquel s'ajoutent les intérêts. Cette contrainte de ressources dans le plan c_1, c_2 est maintenant <u>une droite</u> de pente -(1+r*).
L'optimum pour le consommateur représentatif est le maximum d'utilité sous la contrainte de ressources. L'optimum d'économie ouverte est au point A.



En période 1 l'économie produit $f(\bar{k}_1) = \bar{q}_1$ consomme c_1*, épargne $s_1 = (q_1 - c_1)$, investit $i_1 = k_2$. On a $s_1 < i_1$ car le pays s'endette $e_1 < 0$, pour un montant net égal à la différence entre la production et l'absorption : $e_1 = q_1 - (c_1 + i_1) = (q_1 - c_1 - k_2)$. Le solde commercial est négatif $x - m = -[c_1 * -(q_1 - k_2*)]$, le pays importe plus qu'il n'exporte. Comme e_0 est nul le solde commercial est ici égal au solde du compte courant et égal à la dette e_1 (voir note 6).

---

[2] Le compte courant a 4 écritures : $CC_t = (X_t - M_t) + rE_{t-1} = E_t - E_{t-1} = S_t - I_t = Y_t - C_t - I_t$

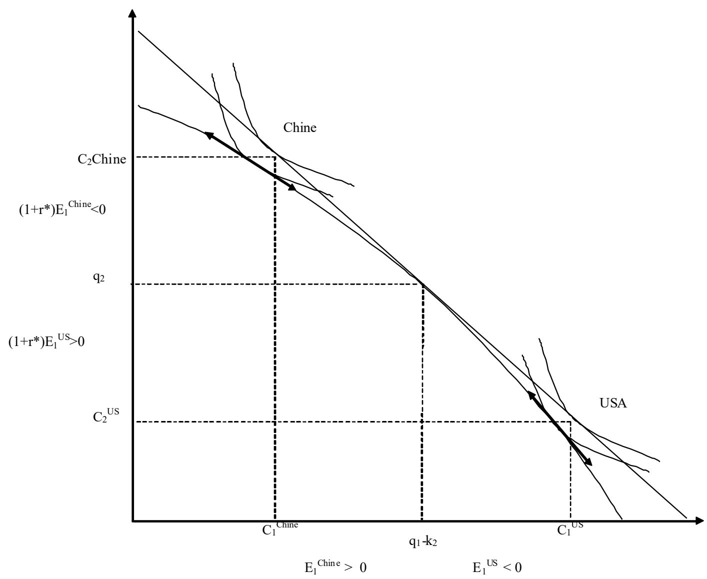
Puisque dans ce modèle $E_0 = 0$, on peut donc écrire $E_1 = Q_1 - (C_1 + K_2)$.

Soit par tête $e_1 = q_1 - (c_1 + k_2)$

En période 2 le pays produit $f(k_2*)$, consomme c_2*, rembourse sa dette $(1+r*)e_1$, a un solde du compte courant égal à $(1+r*)e_1$ positif, le pays exporte pour rembourser sa dette.
En résumé, en première période le pays consomme plus qu'il produit et s'endette, en seconde période il consomme moins et rembourse. Le déficit courant de la période 1 est compensé par l'excédent de la période 2.

Proposition 1 : L'intégration de marché des capitaux permet au pays d'emprunter en période 1 et de rembourser en période 2. Il se libère ainsi de la courbe des possibilités de consommation. L'équilibre d'économie fermée était en B sur la CPP, il se retrouve en A sur la contrainte budgétaire. Le niveau de bien-être augmente avec l'intégration financière.
Comme pour le commerce international, dans le « commerce intertemporel » les échanges accroissent le bien être. En économie fermée le pays est contraint par la CPP et par la contrainte budgétaire en économie ouverte. Libérer le marché des capitaux, est une ASP dans ce modèle. Remarquons qu'il n'y a pas de dynamique transitoire, l'ajustement est instantané, donc personne ne perd durant la transition.

Supposons que la Chine et les USA aient la même fonction de production, la même CPP, mais des taux d'épargne différents $s^{Chine} > s^{USA}$. Représentons sur le même graphe l'équilibre partiel en économie fermée et en économie ouverte des deux pays.



L'ouverture permet donc d'améliorer le bien-être des deux pays. Le déficit du compte courant des USA en période 1 est compensé par son excédent en période 2. L'excédent du compte courant de la Chine en période 1 est compensé par son déficit en période 2.

4.1.1.3 Conclusion : Cette analyse du "commerce intertemporel" a plusieurs limites La première est de retenir un agent représentatif : Si ce ne sont pas les mêmes personnes qui consomment aux périodes 1 et 2, il s'opère des transferts de bien être intertemporels qu'il nous faudra étudier dans un modèle à générations imbriquées (en 5.2). La deuxième est celle de l'équilibre partiel : L'hypothèse de "petite économie ouverte" fait que le taux d'intérêt et le stock de capital sont exogènes (hypothèse levée en 5). La troisième est celle du modèle à deux périodes qui ignore la dynamique transitoire, on passe d'un état régulier en première période à un autre en seconde période. Nous levons maintenant cette limite.

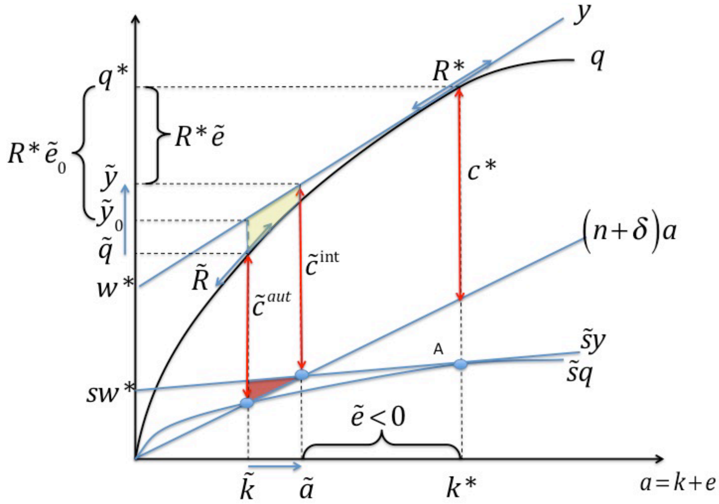
4.1.2 Le modèle de Solow en "petite économie ouverte"

On considère le modèle de Solow. La fonction de production est néoclassique. Le travail croit au taux n, le capital se déprécie au taux δ, le taux d'épargne est s. Tous les pays du monde ont les mêmes paramètres sauf le taux d'épargne : un "petit pays" a un taux d'épargne différent, plus petit ou plus grand que le reste du monde. On étudie les avantages de l'intégration pour ce petit pays.

4.1.2.1 Les avantages pour l'emprunteur

En autarcie le pays Tilde qui épargne peu (moins que le monde (étoile)) $\tilde{s} < s^*$ est à l'état régulier en $\tilde{k} < k^*$ son taux d'intérêt brut est supérieur au taux d'intérêt mondial R* et donc ce petit pays aurait intérêt à s'endetter si l'économie s'intégrait.
En économie ouverte les agents ont la possibilité de détenir des actifs étrangers. Notons E le montant net détenu. La richesse d'un pays est donc $A_t = K_t + E_t$ et la richesse par travailleur est : $a = k + e$

En intégration instantanément, sous l'hypothèse de "petite économie ouverte", le taux d'intérêt mondial s'impose instantanément au petit pays, la relation d'arbitrage implique $f'(\tilde{k}) = R^*$. On déduit le niveau du capital k^*. Pour l'emprunteur Tilde, son capital par tête augmente instantanément $\tilde{k} \to k^*$ ainsi que son PIB par tête $\tilde{q} \to q^*$. Mais bien sûr, le petit pays est endetté et supporte à la date 0 de l'ouverture, une charge d'intérêt. Son PNB par tête est $\tilde{y}_0 = q^* + R^* \tilde{e}_0$ avec $\tilde{e}_0 < 0$. Par concavité de la fonction de production, à la date 0 sa charge d'intérêt $R^* \tilde{e}_0$ est inférieure à l'augmentation de son PIB $\tilde{q} \to q^*$ et donc son PNB augmente $\tilde{q} \to \tilde{y}_0$ ainsi que sa consommation puisque l'épargne augmente $\tilde{s}(\tilde{y}_0 - \tilde{q})$ moins que le revenu $(\tilde{y}_0 - \tilde{q})$.



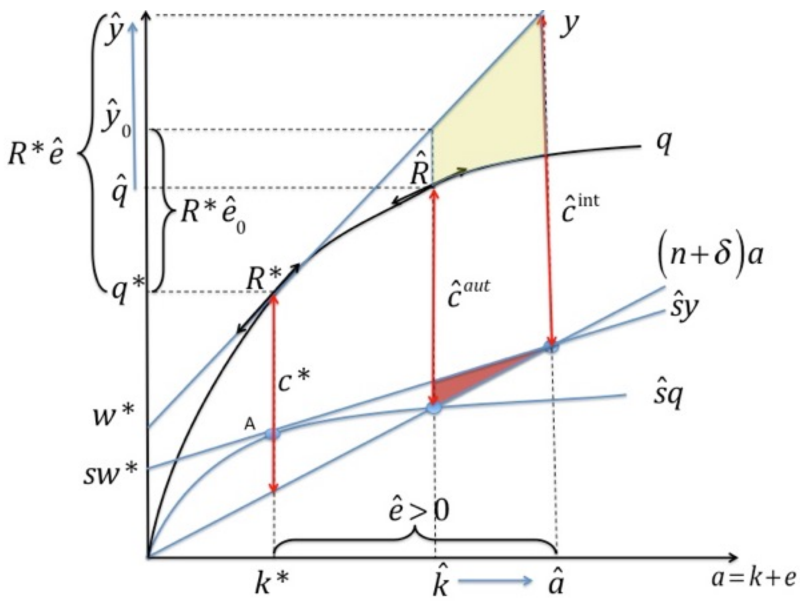
La droite $y = w^* + R^* a$ est tangente à $q = f(k)$ pour $a = k^*$. La droite $\tilde{s}y = \tilde{s}w^* + \tilde{s}R^* a$ est tangente à $\tilde{s}q$ pour $a = k^*$. L'intégration augmente l'épargne du petit pays.

A l'état régulier d'intégration
Le niveau d'état régulier du capital k^* est déterminé instantanément par la relation d'arbitrage $f'(k) = R^*$. Le niveau d'état régulier de la richesse a est déterminé par l'équation dynamique

$Da = sy - (n+\delta)a = 0$. La flèche illustre la dynamique transitoire. Le niveau d'état régulier de la richesse est $\tilde{a}$, celui de la dette externe $\tilde{e}$ est déduit de l'identité $a = k^* + e$. On voit qu'en Petite Economie Ouverte, le niveau du capital physique k^* est déterminé par le taux d'épargne mondial s^* et que le taux d'épargne du pays $\tilde{s}$ détermine le niveau de l'endettement $\tilde{e}$.
Au total, le PNB augmente $\tilde{q} \to \tilde{y}$, comme la richesse $\tilde{k} \to \tilde{a}$ et la consommation $\tilde{c}^{aut} \to \tilde{c}^{\text{int}}$. Ce résultat est simplement dû à la concavité de la fonction de production, un simple effet des rendements décroissants.

4.1.2.2 Les avantages pour le préteur

Soit un pays riche parce qu'il a un taux d'épargne fort, supérieur au taux mondial $\hat{s} > s^*$, la fonction de production est $q = Ak^{\alpha}$, à l'état régulier le capital par tête $\hat{k} = \left(\hat{s}A/\left(n+\delta\right)\right)^{1/(1-\alpha)} > k^*$ et un taux d'intérêt brut $\hat{R} = \hat{r} + \delta = f'(\hat{k}) = \alpha A\hat{k}^{\alpha-1}$. En autarcie $\hat{R} < R^*$ son taux d'intérêt brut est inférieur au taux d'intérêt mondial R* et donc ce petit pays aurait intérêt à prêter si l'économie s'ouvrait.
En économie ouverte, l'arbitrage implique $f'(k) = R^*$. On déduit le niveau du capital du petit pays $k^* = \left(\alpha A/R^*\right)^{1/(1-\alpha)}$. Son capital par tête diminue instantanément (puisqu'il prête une partie de son épargne) ainsi que son PIB par tête $q^* < \hat{q}$. Mais bien sûr il est prêteur et gagne à la date 0 un revenu en intérêt, son PNB est $\hat{y}_0 = q^* + R^*\hat{e}_0 = w^* + R^*k^* + R^*\hat{e}_0$ avec $\hat{e} > 0$. A la date 0 son revenu financier $R^*\hat{e}_0$ est supérieur à la diminution de son PIB $\hat{q} \to q^*$ et donc son PNB augmente $\hat{q} \to y_0$ ainsi que la consommation et l'épargne comme le montre le graphique suivant.



La droite $y = w^* + R^*a$ est tangente à $q = f(k)$pour $a = k^*$. La droite $\hat{s}y = \hat{s}w^* + \hat{s}R^*a$ est tangente à $\hat{s}q$ pour $a = k^*$. L'intégration augmente l'épargne du petit pays. Le niveau d'état régulier du capital k^* est déterminé instantanément par la relation d'arbitrage $f'(k) = R^*$. Le niveau d'état régulier de la richesse $\hat{a}$ est déterminé par l'équation dynamique

$Da = sy - (n+\delta)a = 0$. La flèche illustre la dynamique transitoire. Le niveau d'état régulier du prêt externe $\hat{e}$ est déterminé par l'identité $\hat{a} = k^* + \hat{e}$. En économie ouverte, le niveau du capital physique k^* est déterminé par le taux d'épargne mondial s^* et le taux d'épargne du pays $\hat{s}$ détermine le niveau de du prêt $\hat{e}$. Au total, le PNB augmente $\hat{q} \rightarrow \hat{y}$, comme la richesse $\hat{k} \rightarrow \hat{a}$ et la consommation $\hat{c}^{aut} \rightarrow \hat{c}^{\text{int}}$. Ce résultat est simplement dû à la concavité de la fonction de production, un simple effet des rendements décroissants.

4.1.2.3 Conclusion

Proposition 2 : Dans le modèle de Solow (en PEO) l'intégration augmente instantanément revenu et consommation. Elle augmente à l'état régulier richesse, revenu et consommation.

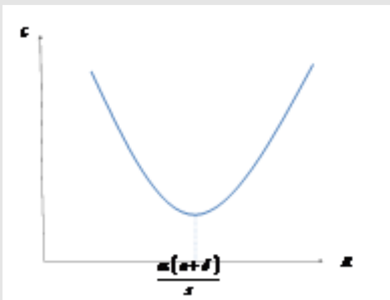
Ce résultat est dû à la concavité de la fonction de production. Les rendements décroissants impliquent que l'ouverture assure une meilleure répartition des facteurs de production (ici du capital) et donc des gains à l'ouverture. Gale (1974) avait montré que l'intégration augmentait le revenu, instantanément et à l'état régulier.

Mais cette analyse en petite économie ouverte, apologétique de l'intégration, a une limite puisqu'elle prend R* et donc k* comme donnée. Or une caractéristique de l'analyse précédente est que l'intégration augmente l'épargne (les triangles rouges) aussi bien de l'emprunteur que du préteur. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle l'intégration est profitable sans ambiguïté. Mais si l'épargne de tous les "petits pays" augmente par l'intégration, cela doit augmenter le niveau mondial du capital k*. Nous tiendrons compte de cela dans 5.

L'intégration augmente toujours la consommation dans le modèle de Solow en petite économie ouverte

La richesse par tête est $a = k + e$, le PNB est $y = q + R.e$, la consommation est $c = (1-s)y$, l'équation dynamique $Da = sy - (n+\delta)a$. A l'état régulier $Da = 0$ donc $sq + sRe = (n+\delta)k + (n+\delta)e$ où R, k, q sont exogènes. On peut donc résoudre en e et obtenir $e = \dfrac{sq - (n+\delta)k}{(n+\delta) - sR}$. La consommation est $c = (1-s)(q + Re)$ soit en remplaçant e et en utilisant $k = \left(\alpha A/R\right)^{1/(1-\alpha)}$ on obtient la consommation en fonction de R :

$$c = \frac{(1-s)(n+\delta)(1-\alpha)A\left(\dfrac{\alpha A}{R}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{(n+\delta) - sR}$$ dont le graphe passe par un Minimum $R_{Min} = \dfrac{\alpha(n+\delta)}{s}$:



En économie fermée $Dk = sAk^{\alpha} - (n+\delta)k$ donc à l'ER $Ak^{\alpha-1} = (n+\delta)/s$, comme $R_{fermé} = \alpha Ak^{\alpha-1}$ on a $R_{fermé} = \alpha \dfrac{n+\delta}{s}$.
En intégration, que le taux d'intérêt mondial soit inférieur ou supérieur à cette valeur, c'est-à-dire que le pays soit emprunteur ou préteur, la consommation est toujours plus grande.

4.1.3 L'impossible modèle de Ramsey avec des "s" différents

Bien sûr, avec le modèle de Ramsey il ne s'agit pas de "s" différents mais de "ρ" différents. Le modèle de Ramsey est incompatible avec une diversité des préférences pour le présent que ce soit en "petite économie ouverte" ou dans un "modèle à deux agents". Lorsque deux pays/agents n'ont pas la même préférence pour le présent (ou qu'un pays a une préférence différente de celle du monde), l'agent le plus économe détiendra à terme tout le capital et le moins économe disparaitra, Becker (1980).
En effet si chaque agent a sa propre préférence pour le présent, il a deux règles de Ramsey-Keynes $\dfrac{D\tilde{c}}{\tilde{c}} = \dfrac{1}{\sigma}(r - \tilde{\rho})$ et $\dfrac{D\hat{c}}{\hat{c}} = \dfrac{1}{\sigma}(r - \hat{\rho})$ mais un seul taux d'intérêt.
Supposons le pays Tilde plus impatient $\tilde{\rho} > \hat{\rho}$.
En autarcie à l'état régulier de chaque pays $\tilde{r} = \tilde{\rho}, D\tilde{c} = 0$ et $\hat{\rho} = \hat{r}, D\hat{c} = 0$ il n'y a pas de problème.
En économie ouverte, l'accumulation se poursuit jusqu'à ce que le taux d'intérêt égalise la plus petite préférence pour le présent $\tilde{\rho} > r = \hat{\rho}$ et alors à l'état régulier $D\hat{c} = 0$, le pays le plus économe est à l'état régulier. Le problème est que dans ce cas $D\tilde{c} < 0$ et la consommation du pays impatient tend vers zéro. Le pays impatient s'endette, à la fin il ne détient plus rien et ne consomme plus rien.
Une analyse avec des agents qui n'ont pas la même préférence pour le présent n'est possible que dans le modèle à générations imbriquées, comme on le verra en 5.2.

4.2 Les avantages pour des pays n'ayant pas le même k_0.

Un pays ayant un faible capital par tête (inférieur à son niveau d'état régulier) a t-il intérêt à s'intégrer ? Gourinchas et Jeanne (2006) montrent que les effets de l'intégration sont faibles, puisque la convergence aurait de toutes façons conduit ce pays à l'état régulier. L'intégration ne fait qu'accélérer légèrement la convergence vers l'état régulier.
On se place dans le cadre d'une petite économie ouverte. On montre que le choix du modèle (Solow ou Ramsey) conduit à des résultats différents sur le bien-être de long terme. Le modèle de Solow est bien plus favorable aux effets positifs de l'intégration : Parce que l'épargne augmente, a richesse augmente, et la dette externe disparait. Ce n'est pas le cas dans le modèle de Ramsey.

4.2.1 L'intégration dans le modèle de Ramsey

On compare le processus de convergence et d'intégration d'un petit pays pauvre en ce sens qu'a la date zéro son niveau de capital par tête est plus faible que celui du reste du monde $k_0 < k^*$.
Pour chaque pays, la population et le travail N croit au taux n : $N_t = e^{nt}$. Le consommateur représentatif maximise son utilité sous sa contrainte d'accumulation de richesse :

$$U_t = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} N_t \ln c_t \, dt \qquad \text{sous} \qquad Da_t = (r_t - n)a_t + w_t - c_t \qquad (1)$$

ρ le taux de préférence pour le présent, a la richesse par tête, r le taux d'intérêt, w le taux de salaire, c la consommation par tête. Pour simplifier nous spécifions une fonction d'utilité log mais ce qui suit, reste vrai pour une fonction CARA. Le producteur représentatif maximise son profit sous sa contrainte de production :

$$Q_t - (r_t + \delta_t)K_t - w_t N_t \qquad \text{avec} \qquad Q_t = K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \text{ ou } q_t = k_t^{\alpha} \qquad (2)$$

Q est le PIB, δ le taux de dépréciation du capital, K le capital, q le PIB par tête et k le capital par tête.

4.2.1.1 Autarcie et convergence

Pour un pays en autarcie, il n'y a pas d'échange de capital et la richesse nationale est constituée du capital productif national : $(a_t = k_t \ , \forall t)$
La solution au problème du consommateur est :

$$\frac{Dc_t}{c_t} = r_t - \rho \qquad \text{et} \qquad \lim_{t\to\infty} a_t . e^{(n-r)t} = 0 \qquad (3)$$

La solution au problème du producteur est :

$$f'(k_t) = r_t + \delta \qquad \text{et} \qquad f(k_t) - k_t f'(k_t) = w_t \qquad (4)$$

(3 et 4) impliquent que la consommation croit tant que $f'(k_t) > \rho + \delta$ ou que $k_t < k^*$.

(1 et 4) impliquent que le capital croit tant que $c_t < f(k_t) - (n+\delta)k_t$

L'analyse de la convergence (voir Barro et Sala-i-Martin (1996)) permet de montrer que le chemin de croissance de la consommation peut s'écrire :

$$c_t = c^* + (\rho - n + \beta)(k_0 - k^*)e^{-\beta t} \qquad (5)$$

Où β est le coefficient de convergence.
A l'état régulier la consommation et le capital ne croissent plus, $Dc=0$ et $Dk=0$ et on trouve :

$$k^*=\left(\frac{\alpha}{\rho+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad \text{et} \qquad c^*=\left(k^*\right)^{\alpha}-\left(n+\delta\right)k^* \tag{6}$$

4.2.1.2 Intégration

En intégration, la richesse du pays est constituée de capital national et de détention nette de titres étrangers $a_t=k_t+e_t$. Où e_t est le NIIP. La variation de e_t est égale au compte courant f_t : à la balance commerciale z_t plus le revenu de l'investissement $De_t+ne_t=f_t=z_t+(r_t+\delta)e_t$. Le PNB par tête est $y_t=q_t+(r_t+\delta)e_t=w_t+(r_t+\delta)k_t+(r_t+\delta)e_t$. On suppose le monde à l'état régulier. Le taux d'intérêt du monde est donc $r^m=r^*=\rho$ puisque la préférence pour le présent est identique pour tous les pays du monde. Puisque pour le petit pays pauvre $k_0<k^*$ on a avant l'intégration $r_0>r^*$, l'intégration le conduit à s'endetter à l'étranger et on a : $e_0<0$. En accord avec l'hypothèse de "petite économie ouverte" le niveau du capital d'état régulier de la petite économie est déterminé instantanément par la relation de non arbitrage.
Instantanément le taux d'intérêt est déterminé de façon exogène à son niveau d'état régulier $r_t=r^m=r^*$, il en est de même pour le capital $k_t=k(r^m)=k^*$, la production $q_t=q(r^m)=q^*$ et le taux de salaire $w_t=w(r^m)=w^*$. Capital, production, prix des facteurs se retrouvent instantanément constant à leur niveau d'état régulier.

En ce qui concerne la consommation l'équation (3) implique qu'instantanément $Dc=0$ et donc la consommation devient également constante $c_t=\overline{c}$. Mais son niveau reste à déterminer. Étant donné que $r^*,w^*,\overline{c}$ sont constant, la contrainte budgétaire intertemporelle actualisée du consommateur devient en intégration :
$\int_0^T e^{(n-r^*)t}\left(Da_t+(n-r^*)a_t\right)dt=\int_0^T e^{(n-r^*)t}\left(w^*-\overline{c}\right)dt=\frac{w^*-\overline{c}}{r^*-n}$. En intégrant aux bornes le coté gauche $a_T e^{(n-r^*)T}-a_0=\frac{w^*-\overline{c}}{r^*-n}$, et en tenant compte de la condition de transversalité (3) : $-a_0=\frac{w^*-\overline{c}}{r^*-n}$. En résolvant en $\overline{c}$:

$$\overline{c}=w^*+(r^*-n)a_0 \tag{7}$$

Où à la date de l'intégration $a_0=k^*+e_0=k_0$. La consommation est égale à la richesse humaine et financière en t_0 elle est d'autant plus élevée que la richesse à la date de l'intégration a_0 est forte. L'histoire laisse des traces en cas d'intégration du marché du capital, alors que ce n'est pas le cas pour la convergence donnée par l'équation (5).
La figure 1 représente pour les paramètres utilisée par Gourinchas et Jeanne (2006) : $\alpha=0.3, n=0.01, \delta=0.06, \rho=0.04$ la chronique de consommation en convergence (5) à l'état régulier (6) et en intégration (7).

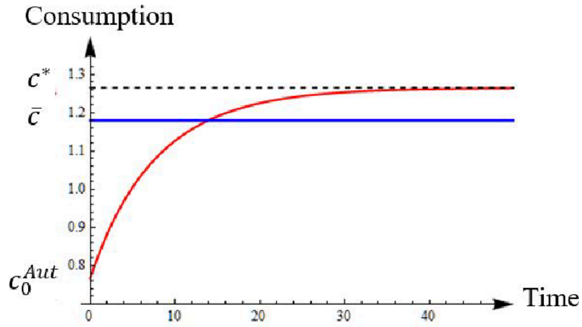


Figure 1 : Chronique de la consommation dans le modèle de Ramsey

Proposition 3 : **Dans le modèle de Ramsey, un petit pays pauvre qui s'intègre au marché du capital, aura à l'état régulier une consommation inférieure à celle qu'il aurait eu sans intégration. Il exportera éternellement une partie de sa production pour rembourser sa dette.**

Pour un petit pays pauvre ($k_0 < k^*$) on a à l'état régulier $\bar{c} < c^*$:

Preuve :

Avec intégration $\bar{c} = w^* + (r^* - n)k_0 = w^* + (r^* - n)k^* + (r^* - n)e_0$

Sans intégration $c^* = q^* - (n+\delta)k^* = w^* + (r^* + \delta)k^* - (n+\delta)k^* = w^* + (r^* - n)k^*$

Donc $\bar{c} = c^* + (r^* - n)e_0$ Puisque pour le petit pays pauvre $e_0 < 0$ on a bien : $\bar{c} < c^*$.

La preuve permet de comprendre la raison de ce résultat. La consommation en intégration est inférieure à la consommation d'état régulier d'autarcie à cause du flux d'intérêts vers le reste du monde. Le dernier terme de $\bar{c} = c^* + (r^* - n)e_0$ représente la charge nette d'intérêt de l'endettement initial. C'est le "fardeau de Lerner", le solde commercial excédentaire impliqué par la dette du petit pays pauvre. Puisque le compte courant $f = z + re$ est égal à la variation de la dette $De + ne$ où $De = 0$ à l'état régulier, on en tire que $(r-n)e = -z$. Avec $e < 0$ on a $z > 0$ un excédent commercial perpétuel. On peut encore écrire $\bar{c} = c^* - z$.

Proposition 4 : Un petit pays pauvre qui s'intègre au marché du capital aura à l'état régulier un PNB inférieur à celui qu'il aurait eu sans intégration.

Pour un petit pays pauvre ($k_0 < k^*$) on a à l'état régulier $y < y^*$:

Preuve : Avec intégration $y = q^* + (r^* + \delta)e_0$. Sans intégration $y^* = q^*$. Puisque pour le petit pays pauvre $e_0 < 0$ on a bien $y < y^*$.

L'intégration par rapport à la convergence, permet immédiatement un gain de consommation et de bien-être pendant un certain temps (15 ans avec notre calibration du modèle) puisque le PIB augmente. L'intégration implique par la suite une perte de bien-être éternelle lié à la charge d'intérêt. C'est une des raisons mises en évidence par Gourinchas et Jeanne (2006) de la faiblesse des gains de l'intégration, puisque la somme actualisée des gains et des pertes reste positive, mais faible. Alogoskoufis (2016) remarque que le petit pays pauvre à intérêt à ré-optimiser lorsque le temps des pertes arrive. Le pays pauvre a intérêt à faire défaut pour ne pas supporter cette perte infinie. Le prêteur qui anticipe ce défaut peut élaborer un contrat de prêt adéquat : Ne pas prêter au pays pauvre ce qui explique le paradoxe de Feldstein et Horioka (1990) et le paradoxe de Lucas (1990) ou mettre en place des mécanismes d'engagement et de sanctions en cas de défaut.

Conclusion : Pour un petit pays pauvre, l'intégration dans le modèle de Ramsey n'a pas d'effet sur l'état régulier du PIB. Elle ne fait qu'accélérer la convergence (qui devient instantanée pour le PIB dans le modèle de Ramsey) impliquant un gain immédiat. Mais la faible richesse initiale du pays détermine un niveau d'état régulier de la consommation et du PNB, plus faibles qu'ils n'auraient été sans intégration du marché du capital en laissant faire la convergence naturelle, impliquant une perte éternelle. Nous allons voir que ce n'est pas le cas dans le modèle de Solow.

4.2.2 L'intégration dans le modèle de Solow

Les avantages de l'intégration dans le modèle de Solow ont été montrés par Gale (1974). On propose une présentation graphique de ce modèle reprise à Shröder (1972). On reprend la même fonction de production (2) que dans le paragraphe précédent. Le coté demande est remplacé par une hypothèse d'épargne keynésienne sur le revenu et l'équation (1) est remplacée par la contrainte d'accumulation de richesse :

$$Da_t = s\left(w_t + (r_t + \delta)a_t\right) - (n+\delta)a_t \qquad (8)$$

Où s est le taux d'épargne constant du consommateur qui est identique pour tous les pays du monde et $y_t = w_t + (r_t + \delta)a_t$ est le revenu de l'agent.

4.2.2.1 Convergence

Considérons sur la Figure 2 une petite économie ouverte avec une richesse initiale k_0 et le reste du monde à l'état régulier k*. La petite économie peut soit rester en autarcie et converger "naturellement" vers l'état régulier, ou bien s'intégrer financièrement au reste du monde. Si elle reste en autarcie ($a_t = k_t \,, \forall t$), elle va converger, son capital va s'accroitre graduellement de k_0 à k*, le taux d'intérêt va diminuer de r_0 à r*, sa consommation va augmenter de BD à FG.

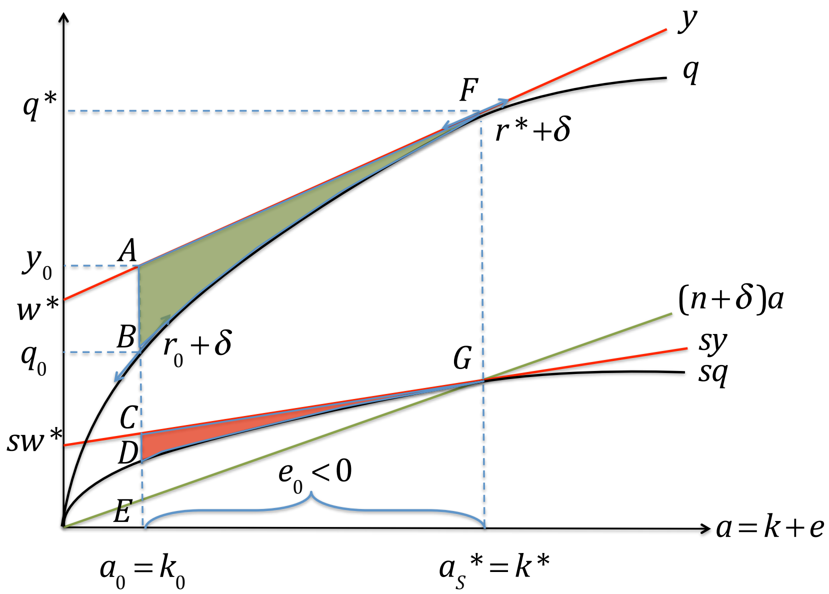


Figure 2 : Intégration et convergence dans le modèle de Solow

4.2.2.2 Les effets immédiats de l'intégration.

Si elle s'intègre $\left(a_t = k_t + e_t\right)$, elle bénéficie de r* et w* immédiatement. En accord avec l'hypothèse de petite économie, le niveau de capital est déterminé instantanément à k*. La droite $y = w^* + (r^* + \delta)a$ tangente à q = f(k) en F a une pente $r^* + \delta$ et une ordonnée w*. La droite sy tangente en G à sq a une pente $s(r^* + \delta)$ et une ordonnée sw*. Comme $r_0 > r^*$ la petite économie emprunte $e_0 < 0$, et son capital devient immédiatement k*. Son PIB est immédiatement q*, et son PNB y_0. Le pays paye $-(r^* + \delta)e_0$ en intérêt. Le pays bénéficie de salaires plus élevés et d'un taux d'intérêt plus faible, l'effet immédiat sur le revenu est positif $y_0 > q_0$. Ce résultat est dû à la concavité de la fonction de production. La consommation augmente immédiatement de BD à AC.

4.2.2.3 Effets de l'intégration sur l'état régulier.

Le niveau d'état régulier du capital pour le monde (et pour la petite économie) est k*, il est déterminé par l'équation dynamique $Dk_t = sk_t^\alpha - (n+\delta)k_t = 0$ dont la solution est :

$$k^* = \left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad \text{et} \qquad c^* = \left(k^*\right)^\alpha - \left(n+\delta\right)k^* \qquad (9)$$

Le niveau d'état régulier de la richesse pour la petite économie est a*, il est déterminé par l'équation dynamique $Da_t = s\left(w^* + (r^* + \delta)a_t\right) - (n+\delta)a_t = 0$ dont la solution est :

$a^* = \dfrac{s.w^*}{(n+\delta) - s(r^* + \delta)}$. En remplaçant $w^* = (1-\alpha)k^{*\alpha}$ et $(r^* + \delta) = \alpha k^{*(\alpha-1)}$ on trouve :

$$a_S^* = k^* \qquad (10)$$

Le petit pays pauvre converge donc vers l'état régulier qu'il aurait atteint sans intégration. En particulier sa richesse est celle qu'il aurait eu sans intégration, sa dette est nulle $e^* = 0$, la consommation converges vers c^* (FG sur figure 2). Le PNB converge vers $y^* = q^*$. On montre que cette convergence se fait légèrement plus vite en intégration.
Au total, la consommation connaît un saut initial ; puis converge légèrement plus vite vers son état régulier. La figure 3 représente la chronique de la consommation dans le modèle de Solow avec ou sans intégration du marché du capital (pour $s = \alpha\left(\left(n+\delta\right)/\left(\rho+\delta\right)\right) = 0.21$).

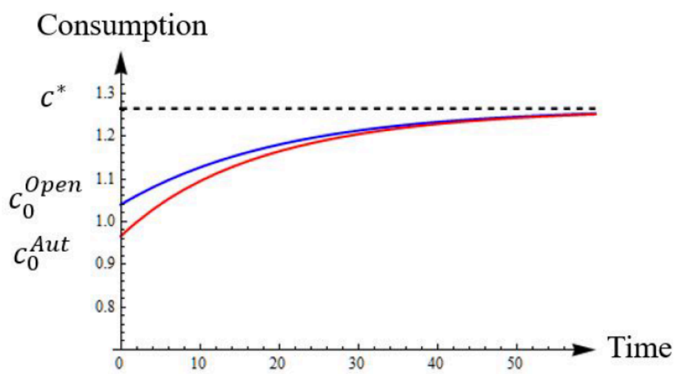


Figure 3 : Chronique de la consommation dans le modèle de Solow

Proposition 5 : L'intégration dans le modèle de Solow n'a pas d'effet sur l'état régulier du PIB. Elle ne fait qu'accélérer la convergence. La richesse initiale n'a pas d'effet sur le niveau d'état régulier de la consommation et du PNB. Elle est bénéfique à court et à long

terme, contrairement au modèle de Ramsey. L'histoire ne laisse pas de traces dans le modèle de Solow.

4.2.2.4 La faiblesse du gain de l'intégration

Instantanément l'augmentation de la consommation est représentée par AB-CD.

En utilisant une fonction de production Cobb-Douglas $q = k^{\alpha}$, comme Gourinchas et Jeannne (2006), on peut calculer au moment de l'intégration le pourcentage de gain en consommation.

$$\frac{c_0^{\text{int}} - c_0^{aut}}{c_0^{aut}} = \frac{(1-s)(y_0 - q_0)}{(1-s)q_0} = \frac{q^* + R^* e_0 - q_0}{q_0} = \frac{k^{*\alpha} + \alpha k^{*\alpha-1}.(k_0 - k^*)}{k_0^{\alpha}} - 1 = (1-\alpha)\left(\frac{k^*}{k_0}\right)^{\alpha} + \alpha\left(\frac{k^*}{k_0}\right)^{\alpha-1} - 1$$

En supposant comme G&J que $\alpha = 0.3$ et que k*=2,46 k_0 , le gain instantané est :

$$(1-0.3)(2.46)^{0.3} + 0.3(2.46)^{-0.7} - 1 = 7{,}68\%.$$

Sur l'ensemble de la période l'augmentation de la consommation est la différence entre l'augmentation du revenu (le triangle ABF) et l'augmentation de l'épargne (triangle CDG) :

$$\frac{1}{k^* - k_0} \int_{k=k_0}^{k=k^*} \left((1-\alpha)\left(\frac{k^*}{k_0}\right)^{\alpha} + \alpha\left(\frac{k^*}{k_0}\right)^{\alpha-1} - 1 \right) dk = \frac{\left(\frac{k^*}{k_0}\right)^{\alpha-1} \left(2\left(\frac{k^*}{k_0}\right)^{1-\alpha} - \alpha\left(\frac{k^*}{k_0}\right)^{-1} - (2-\alpha) \right)}{\left(1 - \left(\frac{k^*}{k_0}\right)^{-1}\right)(2-\alpha)}$$

Avec $\alpha = 0.3$ et k*=2,46 k_0 le gain moyen sur la période est :

$$\left((2.46)^{-0.7} \left(2(2.46)^{0.7} - 0.3(2.46)^{-1} - (1.7) \right) \right) \Big/ \left(1 - (2.46)^{-1}\right)(1.7) = 2\%$$

Proposition 6 G&J (2006) : Même si le bénéfice de l'intégration est important instantanément, il est faible sur l'ensemble de la période.

Notre graphe montre que l'aire ABF est petite, et d'autant plus petite que k_0 est proche de l'état régulier (k^*/k_0 proche de 1) et que la fonction de production est moins concave (α grand). Le graphe montre aussi que l'épargne augmente de CDG par rapport à l'autarcie, mais cela est vrai dans le modèle de Solow, pas dans celui de Ramsey utilisé par G&J.

4.2.3 Comparaison des deux processus

La différence majeure entre les prédictions des deux modèles tient dans la détermination du niveau de long terme de la consommation du PNB et de la richesse sous le régime d'intégration. Ils sont plus faibles dans le modèle de Ramsey que dans le modèle de Solow. Cette différence de prédiction tient évidemment dans la différence d'hypothèses : le taux d 'épargne est constant dans le modèle de Solow, il dépend de la productivité marginale du capital dans le modèle de Ramsey. Or l'intégration diminue instantanément cette productivité pour le petit pays pauvre et donc l'incitation à épargner des nationaux du petit pays pauvre.

Dans Solow au moment de l'intégration l'épargne des nationaux augmente de CD puisque le revenu augmente. Cette augmentation de l'épargne permet d'augmenter le capital détenu par les nationaux et donc de réduire la dette. Comme cela reste vrai durant tout le processus de convergence (l'épargne augmente du triangle CDG) la dette externe disparait progressivement. Elle est nulle à l'état régulier ainsi que la charge d'intérêt. Cela explique que la consommation atteint son niveau d'état régulier c*.

Dans Ramsey a la date zéro de l'intégration l'épargne des nationaux est : $s_0 = y_0 - c = \left(w^* + (r^* + \delta)a_0\right) - \left(w^* + (r^* - n)a_0\right) = (n+\delta)a_0$, elle assure l'investissement requis pour que la richesse reste constante à sa valeur d'état régulier. Comme cela reste vrai de périodes en périodes la richesse détenue par les nationaux reste égale à $a_0 = k^* + e_0 = k_0$. Puisqu'il y a dans le pays, dès l'intégration, un capital égal à k*, la différence ($e_0 = k_0 - k^*$) est la dette détenue par le reste du monde qui reste de périodes en période. La richesse à l'état régulier du modèle de Ramsey est :

$$a_R^* = k^* + e_0 \qquad (11)$$

La dette du pays pauvre ne disparaît jamais ainsi que sa charge d'intérêt, ce qui comme on l'a vu explique sa consommation inférieure à son niveau d'état régulier. La figure 2 ci-dessus peut être comparée à la classique représentation du modèle de Ramsey dans la Figure 4 suivante.

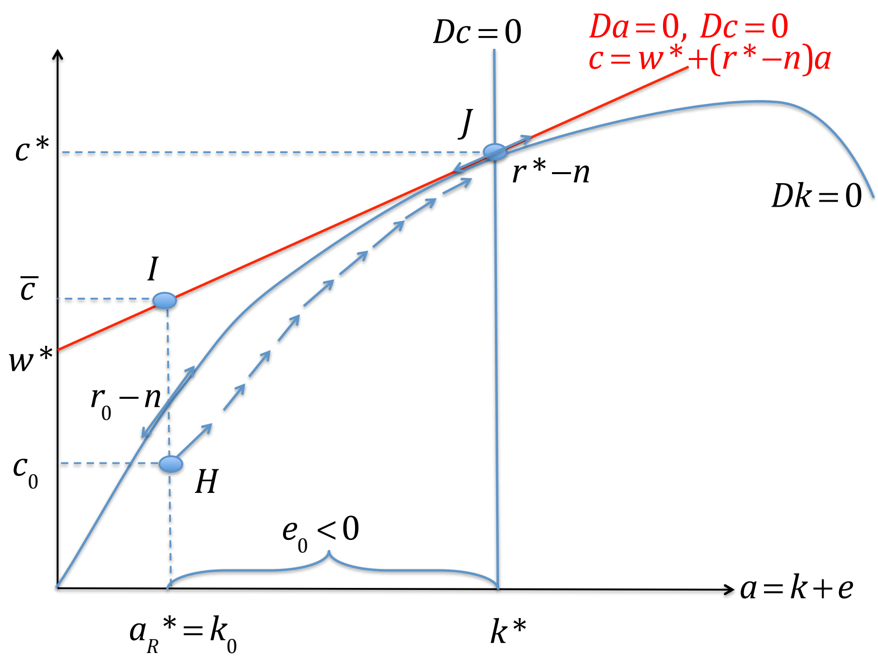


Figure 4 : Intégration et convergence dans le modèle de Ramsey

Si le pays ne s'intègre pas, en partant de c_0 k_0, le pays va converger vers l'état régulier c*k*, au point J où Dk=0 et Dc=0. Si le pays s'intègre il bénéficie immédiatement de r* w*. La droite $c = w^* + (r^* - n)a$ avec la pente $(r+\delta) - (n+\delta)$ est tangente à Dk=0 en J. On a montré que cette droite est le lieu où Dc=0 en intégration et le lieu où $Da = w^* + (r^* - n)a - c = 0$. L'état régulier $\bar{c}, a_R^*$ est atteint immédiatement au point I. La figure montre que e_0 est la dette d'état régulier.

Conclusion

L'intégration financière à des effets différents dans le modèle de Solow où le taux d'épargne est constant et de Ramsey où le taux d'épargne diminue avec le taux d'intérêt. Chez Ramsey l'ajustement est instantané pour toutes les variables, chez Solow r,w,k,q, ont un ajustement instantané mais la richesse et la consommation ont une dynamique transitoire. On a montré que l'intégration est une bonne chose si elle ne diminue pas l'incitation à épargner, c'est le cas par hypothèse dans le modèle de Solow, mais pas chez Ramsey. Il est amusant que le modèle de Ramsey (purement néoclassique) soit moins favorable à long terme à l'intégration financière que le modèle de Solow (imprégné de Keynésianisme).
On a mis en évidence deux raisons pour lesquelles l'intégration financière a des gains insaisissables[3] : 1) L'intégration fait un travail que la convergence aurait fait de toutes façons, et les gains en consommation sont très faibles. 2) L'intégration réduit l'incitation à épargner de l'emprunteur qui ne peut pas s'enrichir pour rembourser sa dette. La première est expliquée par le modèle de Solow, la seconde par celui de Ramsey.

[3] Selon l'expression de Gourinchas de Jeanne (2006)